



1. 母平均の検定

【公式1】

母分散 σ^2 が既知の場合

正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ の母平均を検定するとき、母分散 σ^2 が既知のとき、大きさ n の標本 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ による母平均 μ の検定統計量 $T(x)$ は

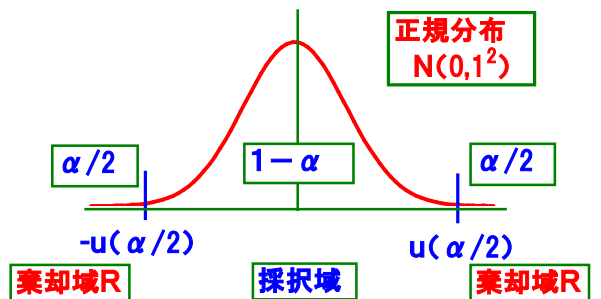
$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

で、 $T(x)$ の分布は標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従う。

(1) 両側検定

$$\begin{aligned} \text{帰無仮説 } H_0 &: \mu = \mu_0 \\ \text{対立仮説 } H_1 &: \mu \neq \mu_0 \end{aligned}$$

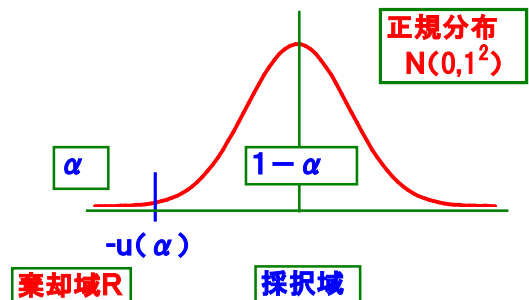
に対して、 $T(x) \in R$ ならば、有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



(2) 片側検定

$$\begin{aligned} \text{帰無仮説 } H_0 &: \mu = \mu_0 \\ \text{対立仮説 } H_1 &: \mu < \mu_0 \end{aligned}$$

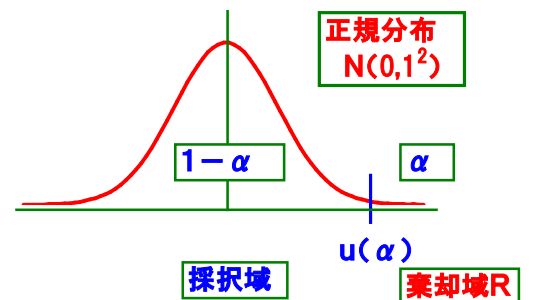
に対して、 $T(x) \in R$ ならば、有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



(3) 片側検定

$$\begin{aligned} \text{帰無仮説 } H_0 &: \mu = \mu_0 \\ \text{対立仮説 } H_1 &: \mu > \mu_0 \end{aligned}$$

に対して、 $T(x) \in R$ ならば、有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



【公式2】

母分散 σ^2 が未知の場合

正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ の母平均を検定するとき、母分散 σ^2 が既知のとき、大きさ n の標本 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ による母平均 μ の検定統計量 $T(x, s^2)$ は

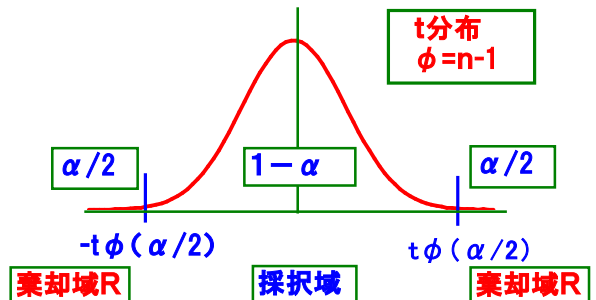
$$T(x, s^2) = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

で、 $T(x, s^2)$ の分布は自由度(φ) $n-1$ の t 分布 に従う。

(1) 両側検定

帰無仮説 $H_0 : \mu = \mu_0$
対立仮説 $H_1 : \mu \neq \mu_0$

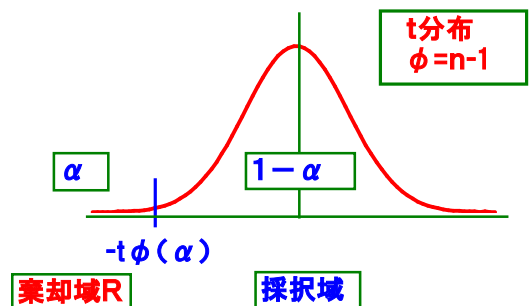
に対して、 $T(x, s^2) \in R$ ならば、有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



(2) 片側検定

帰無仮説 $H_0 : \mu = \mu_0$
対立仮説 $H_1 : \mu < \mu_0$

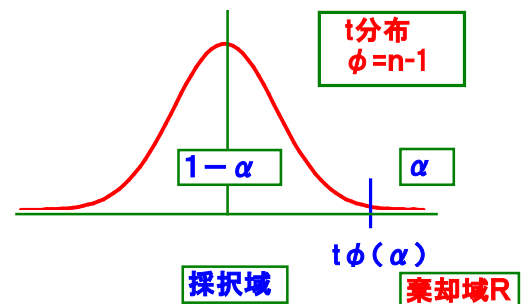
に対して、 $T(x, s^2) \in R$ ならば、有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



(3) 片側検定

帰無仮説 $H_0 : \mu = \mu_0$
対立仮説 $H_1 : \mu > \mu_0$

に対して、 $T(x, s^2) \in R$ ならば、有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



2. 母平均の差の検定

【公式3】

母分散 σ_1^2, σ_2^2 が既知の場合

二つの正規母集団 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ の母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ を検定するとき、大きさ n_1, n_2 の二つの標本 $\{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}\}, \{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}\}$ による母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の検定統計量 $T(x_1, x_2)$ は

$$T(x_1, x_2) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

で、 $T(x_1, x_2)$ の分布は標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従う。

【公式4】

二つの母分散 σ_1^2, σ_2^2 は未知だが、 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ と仮定できる場合

二つの正規母集団 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ の母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ を検定するとき、大きさ n_1, n_2 の二つの標本 $\{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}\}, \{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}\}$ による母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の検定統計量 $T(\bar{x}_1, \bar{x}_2, s^2)$ は

$$T(\bar{x}_1, \bar{x}_2, s^2) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) s^2}}$$

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

で、 $T(\bar{x}_1, \bar{x}_2, s^2)$ の分布は自由度 $n_1 + n_2 - 2$ の t 分布 に従う。

【公式5】

二つの母分散 σ_1^2, σ_2^2 が共に未知の場合

二つの正規母集団 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ の母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ を検定するとき、大きさ n_1, n_2 の二つの標本 $\{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}\}, \{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}\}$ による母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の検定統計量 $T(\bar{x}_1, \bar{x}_2, s_1^2, s_2^2)$ は

$$T(\bar{x}_1, \bar{x}_2, s_1^2, s_2^2) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$s_1^2 = \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1}, \quad s_2^2 = \frac{\sum (x_{2i} - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1}$$

で、 $T(\bar{x}_1, \bar{x}_2, s_1^2, s_2^2)$ の分布は自由度 m の t 分布 に従う。この自由度 m は

$$C = \frac{\frac{s_1^2}{n_1}}{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad \frac{1}{m} = \frac{C^2}{n_1 - 1} + \frac{(1 - C)^2}{n_2 - 1}$$

で近似する。 m が整数値でないときは、その最も近い整数値を m と定める。

3. 母分散の検定

【公式6】

母平均 μ が既知の場合

大きさ n の標本 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ による母分散 σ^2 の検定統計量 $T(S)$ は

$$T(S) = \frac{S}{\sigma_0^2}$$

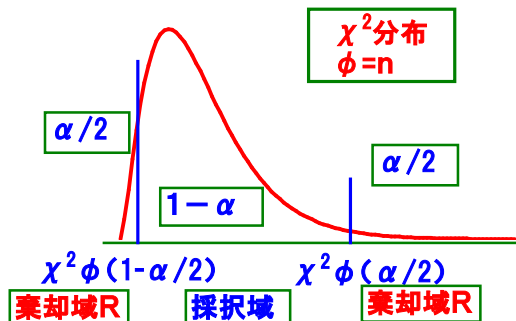
ただし, $S = (x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2$

で, $T(S)$ の分布は自由度 n の χ^2 分布に従う。

(1) 両側検定

帰無仮説 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
 対立仮説 $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

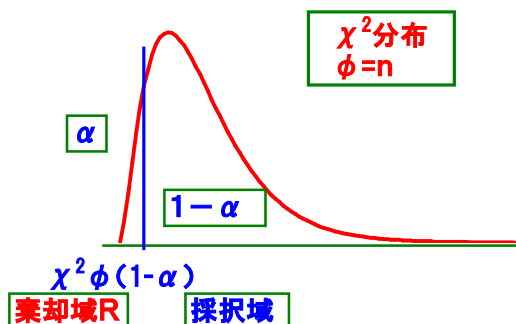
に対して, $T(S^2) \in R$ ならば, 有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



(2) 片側検定

帰無仮説 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
 対立仮説 $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$

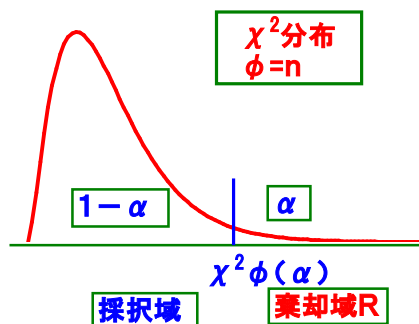
に対して, $T(S^2) \in R$ ならば, 有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



(3) 片側検定

帰無仮説 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
 対立仮説 $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$

に対して, $T(S^2) \in R$ ならば, 有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



【公式7】

母平均 μ が未知の場合

大きさ n の標本 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ による母分散 σ^2 の検定統計量 $T(S)$ は

$$T(S) = \frac{S}{\sigma_0^2}$$

ただし, $S = (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2$

で, $T(S)$ の分布は自由度 $n-1$ の χ^2 分布に従う。

4. 母分散の差の検定

【公式8】

大きさ n_1, n_2 の標本 $\{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}\}, \{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}\}$ による母分散の差の検定統計量

$T(s_1^2, s_2^2)$ は

$$T(s_1^2, s_2^2) = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

ただし, $s_1^2 = \frac{(x_{11} - \bar{x}_1)^2 + (x_{12} - \bar{x}_1)^2 + \dots + (x_{1n} - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1}$

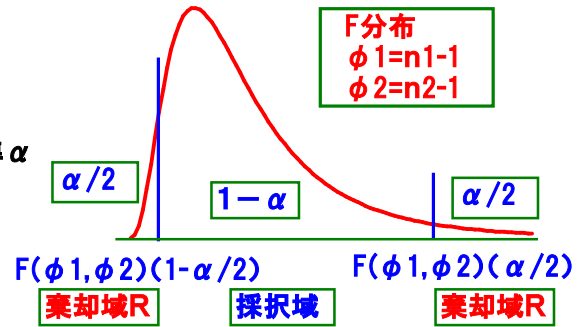
$$s_2^2 = \frac{(x_{21} - \bar{x}_2)^2 + (x_{22} - \bar{x}_2)^2 + \dots + (x_{2n} - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1}$$

で, $T(s_1^2, s_2^2)$ の分布は自由度 $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ の F分布に従う。

(1) 両側検定

帰無仮説 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
 対立仮説 $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

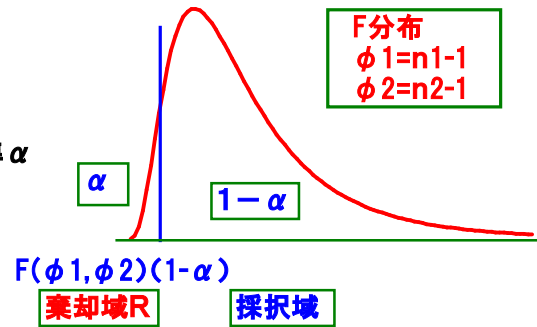
に対して, $T(s_1^2, s_2^2) \in R$ ならば, 有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



(2) 片側検定

帰無仮説 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
 対立仮説 $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$

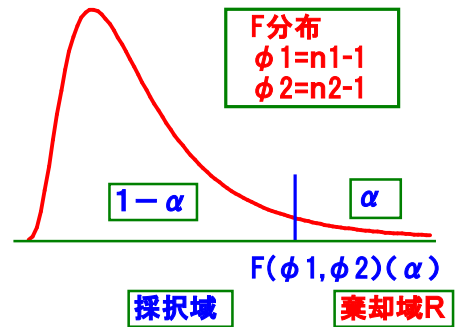
に対して, $T(s_1^2, s_2^2) \in R$ ならば, 有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



(3) 片側検定

帰無仮説 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
 対立仮説 $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$

に対して, $T(s_1^2, s_2^2) \in R$ ならば, 有意水準 α で仮説 H_0 を棄てる。



5. 母比率の検定

【公式9】

大きさ N の標本の標本比率を m/N とする。このとき, 母比率 P の検定統計量は

$$\frac{m}{n} - p_0$$

$$T(m) = \frac{\frac{m}{N} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{N}}}$$

で、 $T(m)$ の分布は標準正規分布 $N(0,1^2)$ に従う。

6. 母比率の差の検定

【公式10】

大きさ N_1, N_2 の標本の標本比率を $m_1/N_1, m_2/N_2$ とする。このとき、母比率の差 $P_1 - P_2$ の検定量 $T(m_1, m_2)$ は

$$T(m) = \frac{\frac{m_1}{N_1} - \frac{m_2}{N_2} - d_0}{\sqrt{p^*(1-p^*)\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}$$

ただし、

$$p^* = \frac{m_1 + m_2}{N_1 + N_2}$$

で、 $T(m_1, m_2)$ の分布は標準正規分布 $N(0,1^2)$ に従う。

標本数 N_1, N_2 が小さいときは YATES(イツ)の補正を行う。つまり検定統計量として

$$T(m) = \frac{\frac{m_1}{N_1} - \frac{m_2}{N_2} - d_0 \pm \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}{\sqrt{p^*(1-p^*)\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}$$

を用いる。(±は分子の絶対値が小さくなる方を選ぶ)

7. 母相関係数の検定

【公式11】

大きさ N の標本の相関係数 r とすると、母相関係数 ρ の検定統計量 $T(r)$ は

$$T(r) = \sqrt{N-3} \left(\frac{1}{2} \log \frac{1+r}{1-r} - \frac{1}{2} \log \frac{1+\rho}{1-\rho} \right)$$

で、 $T(r)$ の分布はほぼ標準正規分布 $N(0,1^2)$ に従う。

【公式12】

大きさ N の標本の相関係数 r とすると、無相関検定の検定統計量 $T(r,0)$ は

$$T(r,0) = \frac{r\sqrt{N-3}}{\sqrt{1-r^2}}$$

で、 $T(r,0)$ の分布は自由度 $N-2$ のt分布に従う。

8. 適合度の検定

【公式13】

母集団が n 個のカテゴリーに分類されているとする。このとき、各カテゴリーにおける母集団での比率 P_1, P_2, \dots, P_n ($P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$) であるかどうかを検定するのが、適合度検定と呼ばれる手法である。

大きさ N の標本を取り出したとき、それぞれのカテゴリーに属する度数が次の表のようになったと

しよう。

カテゴリー	A1	A2	...	An	合計
実測度数	f1	f2	...	fn	N
期待度数	Nf1	Nf2	...	Nfn	N

このとき、 $Np_i \geq 5$ という条件をつける。 $Np_i < 5$ となるカテゴリーがある場合には、いくつかのカテゴリーを加えて、期待度数が 5以上になるようにするのが普通である。

適合度検定の検定統計量 $T(f_i)$ は

$$T(f_i) = \frac{(f_1 - NP_1)^2}{NP_1} + \frac{(f_2 - NP_2)^2}{NP_2} + \dots + \frac{(f_n - NP_n)^2}{NP_n}$$

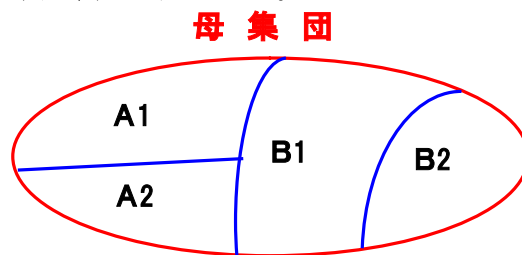
で、 $T(f_i)$ の分布は自由度 $n-1$ の χ^2 分布に従う。

9. 独立性の検定

【公式14】

母集団が2種類の属性 A,B のよって、四つに分類されているとしよう。この母集団から大きさ N の標本を抽出したところ、それぞれに属する度数が次の表のようになった。

B \ A	A1	A2	計
B1	f11	f12	f11+f12
B2	f21	f22	f21+f22
計	f11+f21	f12+f22	N



独立性の検定統計量 $T(f_{ij})$

$$T(f_{ij}) = \frac{N(f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21})^2}{(f_{11} + f_{22})(f_{21} + f_{22})(f_{11} + f_{21})(f_{12} + f_{22})}$$

で、 $T(f_{ij})$ の分布は自由度 1 の χ^2 分布に従う。

10. とび離れたデータの棄却検定

【公式15】

トンプソン棄却検定

正規母集団から大きさ n の標本 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ のうち、標本 x_k だけ非常にとび離れた値をとっているとしよう。帰無仮説と対立仮説は

帰無仮説 H_0 : “ x_k は同じ母集団からの標本である”
 対立仮説 H_1 : “ x_k は別の母集団からの標本である”

この仮説に対する検定統計量 $T(x_k)$ は

$$T(x_k) = \frac{\sqrt{n-2} \cdot \tau_0}{\sqrt{n-1 - \tau_0^2}}$$

ただし、 $\tau_0 = \frac{x_k - \bar{x}}{s}$, $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

で、 $T(x_k)$ の分布は自由度 $n-2$ の t分布に従う。

【公式16】

グラブス・スミルノフ棄却検定

正規母集団から大きさ n の標本 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ のうち、標本 x_k だけ非常にとび離れた値をとっているとしよう。帰無仮説と対立仮説は

帰無仮説 H_0 : “ x_k はとび離れたデータではない”
 対立仮説 H_1 : “ x_k はとび離れたデータである”

となる。この仮説に対する検定統計量 $T(x_k)$ は、次の二つの場合に分けられる。

x_k が最大値の場合

$$T(x_k) = \frac{x_k - \bar{x}}{s}, \quad s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

x_k が最小値の場合

$$T(x_k) = \frac{\bar{x} - x_k}{s}$$

このとき、有意水準 α に対する棄却域 R は、グラブス・スミルノフ棄却検定の数表より求める。

統計的推定に関する公式

[ホームに戻る](#)



【公式1】

母集団が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ になっているとする。このとき、大きさ n の標本 x_1, x_2, \dots, x_n に対して、

$$\begin{aligned} \text{母平均 } \mu \text{ の不偏推定量} &: = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \bar{x} \\ \text{母分散 } \sigma^2 \text{ の不偏推定量} &: = \frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2}{n} \\ &\quad (\text{母平均 } \mu \text{ が既知}) \\ \text{母分散 } \sigma^2 \text{ の不偏推定量} &: = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \\ &\quad (\text{母平均 } \mu \text{ が未知}) \end{aligned}$$

である。

【公式2】

母集団が二項分布 $B(n, P)$ とする。このとき、大きさ n の標本 x_1, x_2, \dots, x_n において、標本比率が m/n ならば

$$\text{母比率 } P \text{ の不偏推定量} : = m/n$$

である。

【公式3】

母集団がポアソン分布 $P(\lambda)$ とする。このとき、大きさ n の標本 x_1, x_2, \dots, x_n に対し、

$$\text{母平均 } \lambda \text{ の不偏推定量} : = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \bar{x}$$

である。

【公式4】

どのような母集団に対しても、大きさ n の標本 x_1, x_2, \dots, x_n とすれば、

$$\begin{aligned} \text{母平均 } \mu \text{ の不偏推定量} &: = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \bar{x} \\ \text{母分散 } \sigma^2 \text{ の不偏推定量} &: = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \end{aligned}$$

である。

【公式5】

どのような母集団に対しても、大きさ n_1, n_2 のグループの標本を $\{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}\}$, $\{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}\}$ とすれば

$$\text{母分散 } \sigma^2 \text{ の不偏推定量} : = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

である。

$$\begin{aligned} \text{ただし, } s_1^2 &= \frac{(x_{11} - \bar{x}_1)^2 + (x_{12} - \bar{x}_1)^2 + \dots + (x_{1n_1} - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1} \\ s_2^2 &= \frac{(x_{21} - \bar{x}_2)^2 + (x_{22} - \bar{x}_2)^2 + \dots + (x_{2n_2} - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1} \end{aligned}$$

【公式6】

母平均の区間推定(母分散 σ^2 が既知の場合)

母集団から大きさ n の標本 x_1, x_2, \dots, x_n とすると、母平均 μ の $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間は

$$\bar{x} - u(\alpha/2) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + u(\alpha/2) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

である。

【公式7】

母平均の区間推定(母分散 σ^2 が未知の場合)

母集団から大きさ n の標本 x_1, x_2, \dots, x_n とすると、母平均 μ の $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間は

$$\bar{x} - t_{n-1}(\alpha/2) \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{n-1}(\alpha/2) \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

である。

【公式8】

二つの正規母集団の母平均の差の区間推定(母分散 σ_1^2, σ_2^2 が共に既知の場合)

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - u(\alpha/2) \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + u(\alpha/2) \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

が二つの母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間である。

【公式9】

二つの正規母集団の母平均の差の区間推定(母分散 σ_1^2, σ_2^2 は未知だが, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ と仮定できる場合)

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t\Phi(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t\Phi(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$\text{ただし, } \Phi = n_1 + n_2 - 2$$

が二つの母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間である。

ただし, $t\Phi(\alpha/2)$ は自由度 $n_1 + n_2 - 2$ の t 分布の $\alpha/2$ パーセント点であり,

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

である。

【公式10】

二つの正規母集団の母平均の差の区間推定(母分散 σ_1^2, σ_2^2 は未知だが, n_1, n_2 が大きい場合)

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - u(\alpha/2) \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + u(\alpha/2) \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

が二つの母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間である。

【公式11】

二つの正規母集団の母平均の差の区間推定(母分散 σ_1^2, σ_2^2 は未知)

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - tm(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + tm(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

が二つの母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間である。

ただし, 自由度 m は,

$$C = \frac{\frac{s_1^2}{n_1}}{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad \frac{1}{m} = \frac{C^2}{n_1 - 1} + \frac{(1 - C)^2}{n_2 - 1}$$

より与えられる自然数である。

【公式12】

母分散の区間推定(母平均 μ が未知の場合)

母集団から大きさ n の標本 x_1, x_2, \dots, x_n とすると, 母分散 σ^2 の $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間は

$$\frac{S}{\chi^2_{n-1}(\alpha/2)} \leq \sigma^2 \leq \frac{S}{\chi^2_{n-1}(1 - \alpha/2)}$$

$$S = (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2$$

である。

【公式13】

母分散の区間推定(母平均 μ が既知の場合)

母集団から大きさ n の標本 x_1, x_2, \dots, x_n とすると、母分散 σ^2 の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間は

$$\frac{S}{\chi^2 n(\alpha)} \leq \sigma^2 \leq \frac{S}{\chi^2 n(1-\alpha)}$$

である。 $S = (x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2$

【公式14】

二つの分散比の区間推定(母平均 μ_1, μ_2 が未知の場合)

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \cdot \frac{1}{F(n_1-1, n_2-1)(\alpha)} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} \cdot \frac{1}{F(n_1-1, n_2-1)(1-\alpha/2)}$$

が二つの母分散 σ_1^2 / σ_2^2 の比の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間である。

【公式15】

母比率の区間推定(標本数 n が大きい場合 $n \cdot (m/n) \geq 5$ または $n \geq 30$ のとき)

母集団から大きさ N の標本 x_1, x_2, \dots, x_n をランダムに抽出したとき、この標本の中で Aタイプ に属する個数 m であれば、母比率 P の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間は、

$$\frac{m}{N} - u(\alpha/2) \sqrt{\frac{\frac{m}{N} (1 - \frac{m}{N})}{N}} \leq P \leq \frac{m}{N} + u(\alpha/2) \sqrt{\frac{\frac{m}{N} (1 - \frac{m}{N})}{N}}$$

である。

【公式16】

母比率の区間推定(標本数 n が小さい場合)

母集団から大きさ N の標本 x_1, x_2, \dots, x_n をランダムに抽出したとき、この標本の中で Aタイプ に属する個数 m であれば、母比率 P の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間は、

$$\frac{d_2}{d_1 \cdot F(d_1, d_2)(\alpha)} \leq P \leq \frac{e_1 \cdot F(e_1, e_2)(\alpha)}{e_1 \cdot F(e_1, e_2)(\alpha/2) + e}$$

である。

ただし、 $d_1 = 2(N-m+1)$, $d_2 = 2m$,
 $e_1 = 2(m+1)$, $e_2 = 2(N-m)$

である。

【公式17】

二つの母比率の差の区間推定

二つの二項母集団 B_1, B_2 の母比率 P_1, P_2 とする。このとき、二つの母比率の差 $P_1 - P_2$ を区間推定する場合、二項母集団 B_1 から大きさ N_1 の標本 x_{11}, \dots, x_{n1} を抽出したとき、この標本の中で A型に属する個数 m_1 , 二項母集団 B_2 から大きさ N_2 の標本 x_{21}, \dots, x_{n2} を抽出したとき、この標本の中で A型に属する個数 m_2 とする。このとき、二つの母比率の差 $P_1 - P_2$ の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間は、

$$\frac{m_1}{N_1} - \frac{m_2}{N_2} - u(\alpha/2) \sqrt{\frac{\frac{m_1}{N_1} (1 - \frac{m_1}{N_1})}{N_1} + \frac{\frac{m_2}{N_2} (1 - \frac{m_2}{N_2})}{N_2}} \leq P_1 - P_2$$

$$\frac{m_1}{N_1} - \frac{m_2}{N_2} + u(\alpha/2) \sqrt{\frac{\frac{m_1}{N_1} (1 - \frac{m_1}{N_1})}{N_1} + \frac{\frac{m_2}{N_2} (1 - \frac{m_2}{N_2})}{N_2}}$$

である。

【公式18】

指数分布の母平均の区間推定

母集団が指数分布とみなされるとき、この母集団から大きさ N の標本 x_1, \dots, x_n とすれば、母平均 μ の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間は

$$\frac{2N}{\chi^2_{2N(\alpha/2)}} \cdot \bar{x} \leq \mu \leq \frac{2N}{\chi^2_{2N(1-\alpha/2)}} \cdot \bar{x}$$

である。

【公式19】

ポアソン分布の母平均の区間推定

母集団がポアソン分布とみなされるとき、この母集団から大きさ N の標本 x_1, \dots, x_n とすれば、母平均 μ の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間は

$$\frac{\chi^2_{d(1-\alpha/2)}}{2N} \leq \lambda \leq \frac{\chi^2_{d(\alpha)}}{2N}$$

$$d = 2(x_1 + x_2 + \dots + x_n + 1)$$

である。

【公式20】

標本の大きさの決定(母比率 P の予測ができる場合の区間推定)

母比率の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間の誤差を E 以内におさえたいとき、標本の大きさ N は、

$$N = \left[\frac{U(\alpha/2)}{E} \right]^2 \cdot P(1-P)$$

で与えられる。

【公式21】

標本の大きさの決定(母比率 P の予測ができない場合の区間推定)

母比率の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間の誤差を E 以内におさえたいとき、標本の大きさ N は、

$$N = \frac{1}{4} \left[\frac{U(\alpha/2)}{E} \right]^2$$

で与えられる。

【公式22】

標本の大きさの決定(母分散が既知で、母平均を区間推定する場合)

母平均の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間の誤差を E 以内におさえたいとき、標本の大きさ N は、

$$N = \left[\frac{U(\alpha/2)}{E} \sigma \right]^2$$

で与えられる。